

Financiële contracten tussen generaties en de noodzaak van arbitragevrije waardering

Theo Kocken,

26 september 2011

Samenvatting

Pensioenfondsen zijn risicodelende instituten met onzekere pensioenuitkeringen. Het waarden van pensioenaanspraken is door dit onzekere en risicodelende aspect zeer complex.

Het onzekere suggereert voor de individuele aanspraken dat de waardering op basis van een aanpak kan geschieden die rekening houdt met die onzekerheid. Individuele aanspraken in een systeem zonder risicodeling kunnen, indien ze bij inleg geprojecteerd worden met een risicopremie, ook contant gemaakt worden met dezelfde risicopremie. Er zijn verschillende waarderingmethoden die in essentie dezelfde waarde opleveren voor een individuele pensioenprojectie.

De risicodeling binnen een pensioenfonds uit zich, alhoewel niet expliciet, in het onderling verhandelen van contracten tussen generaties. Deze contracten worden op de financiële markten verhandeld tegen de risicoloze rente. Iedere waarderingmethode binnen pensioenfondsen dient zo te worden opgezet, dat deze waardering van onderlinge financiële transacties ook marktconform geschiedt met deze risicoloze rente.

Indien binnen een pensioenfonds met een uitsmeerperiode het pensioeninkomen van gepensioneerden wordt gedempt, is dit een impliciet (maar marktwaarde technisch expliciet) een future transactie tussen generaties. Dat is een efficiënte manier van risicobeheer tussen generaties, maar indien hierbij met een verwachtingswaarde als disconteringscurve wordt gewerkt betekent dit een overdracht van opgebouwd vermogen van jong naar oud. Niet alleen in de overgang van het oude systeem naar het nieuwe systeem, maar onder nieuwe opbouw, los van bestaande rechten.

Indien ex ante eerlijke verdeling tussen generaties als een noodzakelijke randvoorwaarde wordt gezien (verzekeringssolidariteit, dus ex post wel verschillen), is het gebruik van een arbitragevrije disconteringscurve, die deze eerlijke verdeling garandeert, noodzakelijk. Er zijn verschillende methodes om arbitragevrij te werken. De meest directe aanpak is het hanteren van de risicoloze rente met pensioeninkomen-projecties op basis van afwezigheid van een risicopremie. Dit is ook de huidige aanpak van ons (onzekere) pensioeninkomen. Een alternatief is een disconteringscurve die past bij projecties inclusief risicopremie, maar met arbitragevrije correcties voor de zekerheden die jongeren aan ouderen verschaffen (intergenerationele embedded opties). Dit document behandelt deze twee methodes en laat zien dat ze beiden tot exact dezelfde marktwaarde uitkomsten van de pensioenverplichtingen leiden. Dit in tegenstelling tot een niet-arbitragevrije aanpak zoals de risicoloze rente plus (al dan niet prudente) verwachtingswaarde opslag. Het eerste deel van dit document legt de arbitrage bloot in geval gebruik wordt gemaakt van verwacht rendement als disconteringsfactor (risicoloze rente plus verwachte risicopremie).

Inleiding:

Conditie waaronder wel en niet verwachtingswaarde als opslag op de risicoloze rentevoet gehanteerd kan worden

De waardering van pensioenverplichtingen in een collectief pensioencontract is een veelbesproken onderwerp. De vraag speelt met name of pensioenverplichtingen ook contant gemaakt kunnen worden met een curve met een risicovrije rente plus risicopremie als ze volkomen voorwaardelijk van aard zijn en in een fonds zitten met veel asset onzekerheid (risicovolle beleggingen), waarmee dus ook een grote onzekerheid omtrent de uitbetaling bestaat (er is geen garantie).

Dit is theoretisch correct indien er geen risicodeling plaatsvindt tussen (toekomstige) actieven en gepensioneerden in het pensioenfonds. In dat geval hebben de deelnemers ook een uitkering in het vooruitzicht gekregen die consistent is met die risicopremie, wetende dat er grote onzekerheid bestaat over de hoogte van het uit te keren pensioen na pensionering. Feitelijk is er dan sprake van een individuele aanspraak in een DC regeling. De waarde van het opgebouwd vermogen vandaag is eigenlijk de voorwaardelijke pensioentoezegging: een projectie. De contante waarde van die projectie op basis van het verwachte rendement is dan de verwachtingswaarde van de verplichting. Indien projectie in het verleden consistent is met de disconteringsvoet, is dit een consistente aanpak. De som van alle individuele verwachtingswaardes van deze aanspraken is gelijk aan het vermogen in dit pensioenfonds. En de waarde van de individuele pensioenaanspraken fluctueert geheel mee met de rendementsschokken, zonder demping.

Echter, indien er collectief risicodeling plaatsvindt, waarbij het pensioenfonds functioneert als een onderlinge waarborgmaatschappij, moet die risicodeling marktconform geschieden. Wat betekent dit precies?

In geval van risicodeling, zoals bijvoorbeeld een uitsmeerperiode, vindt overdracht plaats van “embedded opties” (eigenlijk, zoals hieronder zal worden toegelicht, van “embedded futures”): er worden als het ware contracten tussen deelnemers binnen het pensioenfonds verhandeld, waarbij marktschokken onderling worden afgerekend zodat de ene meer en de andere minder van die schokken absorbeert. Dit soort contracten worden – natuurlijk in iets meer standaard vorm om de transactiekosten zeer laag te houden – op financiële markten verhandeld.

Een belangrijke eigenschap van deze contracten is dat ze altijd arbitragevrij worden gewaardeerd, met als implicatie dat de waarde van onder andere contracten op aandelen alleen wordt bepaald door de risicoloze rente en niet door de verwachtingswaarde van de toekomstige pay-off van deze contracten. De waarde zal nooit afwijken van de waarde bepaald door de risicoloze rente, aangezien er dan direct arbitrage mogelijk is. De verwachtingswaarde speelt nooit een rol in de waardering en de feitelijk verhandelde prijs van derivaten. Tot 1973 was dit feitelijk al zo voor wat betreft de prijsvorming op alle financiële markten in de wereld, maar in dat jaar hebben de wetenschappers Black, Merton en Scholes de theorie erachter compleet gemaakt.

Dit arbitragevrij principe geldt ook voor generaties binnen een pensioenfonds. Indien een pensioenfonds niet arbitragevrij waardeert, zijn jongeren beter af buiten het pensioenfonds door dezelfde beleggingen als in het risicodelende contract door het pensioenfonds te laten uitvoeren maar dan zonder risicodeling met ouderen. Die risicodeling kunnen ze dan nabootsen met dezelfde producten op de financiële markten. Niet dat dit een wenselijk proces zou zijn, maar wel een terechte claim van jongeren dat ze dit alternatief hebben dat risicotechnisch geheel identiek is, maar voor hen beter uitvalt.

Onderstaande intermezzo “Future contracten en de symmetrie rondom risicoloze rente” licht het principe van waarderen met de risicoloze rente en het arbitrageprincipe kort toe. In het vervolg van dit artikel zal vervolgens een case worden uitgewerkt waarin de relatie met uitsmeren, onderlinge future contracten en arbitrage in geval van hanteren verwacht rendement, wordt uitgewerkt.

INTERMEZZO:

Future contracten en de symmetrie rondom risicoloze rente

Iemand die niet nú een aandeel wil kopen, maar eigenlijk alleen de waarde­stijging of -daling wil verrekenen over 1 jaar vanaf nu, kan dat doen via een zogenaamde “future”. Er wordt dan over een jaar een aandeel geleverd tegen een nu afgesproken forward prijs P_f . De werkelijke aandeelprijs over een jaar, P_1 zal zeer waarschijnlijk afwijken van P_f . Dus indien $P_1 > P_f$ is er een winst voor de future bezitter, als $P_1 < P_f$ lijdt hij verlies.

Stel dat degene die de future wil kopen bijvoorbeeld denkt dat een aandeel naar verwachting 6% gaat stijgen, bij een risicovrije rente van 4% en dus een risicopremie van 2%. Een rendement van hoger dan 6% achteraf valt dan mee, lager dan 6% valt tegen onder de verwachting van die persoon. Als het aandeel dus nu 100 waard is, is voor hem een future prijs van 106 precies goed.¹ Maar hoe komt die prijs nu precies tot stand?

Als gemiddeld iedereen denkt dat aandelen gemiddeld 6% rendement maken, is er dan handel rondom een koers van 106 over een jaar als de prijs op de beurs nu 100 is? Het antwoord is expliciet nee: de koers wordt slechts alleen bepaald door arbitrage, en daarmee de prijs van de risicoloze rente.

Dit werkt als volgt: degene die een future met looptijd van 1 jaar wil aanbieden (verkopen) leent 100 bij de bank om daar de aandelen voor te kopen. Deze aandelen houdt hij een jaar vast en geeft deze na een jaar door aan de koper van de future, tegen de prijs van 104. Hiermee lost hij direct zijn

¹ Voor het gemak abstraherend van tussentijds dividend, hetgeen overigens de essentie van de uitkomst omtrent arbitrage geheel niet verandert maar de berekeningen compliceert.

schuld bij de bank af (100), plus rente (4). Zou de future prijs op 106 liggen, kan hij direct 2 winst verzilveren zonder risico.

Zou de future prijs vandaag op 100 liggen, dan zou hij die future juist kopen, het aandeel zelf verkopen tegen 100 (als hij niet in bezit heeft short gaan) en het geld op de bank zetten en over een jaar 104 ontvangen en daarmee dan voor 100 via de future het aandeel (terug-)kopen (of short positie ermee aflossen) en 4 als winst overhouden. De enige niet te arbitreren prijs van de future is dus 100 plus risicoloze rente, dus 104.

Via technieken van continu onderpand ontvangen op basis van de marktwaarde van dit contract is dit systeem zo opgezet dat het tegenpartij risico erg klein is en daarmee de te betalen rente over alle contracten in de buurt zit van deze risicoloze rente. In de praktijk ligt de future prijs daarom ook zeer dicht bij de risicoloze rente.

Dus iemand kan, bij een risicoloze marktrente van $r\%$, "gokken" op een stijging of daling *rondom die risicoloze marktrente*. Alle stijging van het aandeel boven $r\%$ na 1 jaar is voor hem winst, alles eronder is voor hem verlies. De symmetrie ligt in de markt dus rondom de risicoloze rente. Dit arbitrageprincipe is van onwaarschijnlijke relevantie voor alles wat met risicobeheer en waardering van "impliciete contracten" tussen mensen te maken heeft, ook in geval van contracten tussen deelnemers binnen pensioenfondsen.

Gerealiseerd rendement:	Future uitkering (risicoloze rente 4%)
8%	4
6%	2
4%	0
2%	-2
0%	-4

Tabel 1: Voorbeeld aandelen-future uitkeringen over 1 jaar, gebaseerd op risicoloos rendement van 4%

Risicoloze rente?

Arbitrage vrij betekent dat deelnemers niet een alternatief kunnen kiezen - bijvoorbeeld buiten het collectief van het pensioenfonds om zelf futures aangaan - waardoor ze beter af zijn. Dat betekent dus dat die rente gekozen moet worden waartegen op beurzen en OTC ook contracten zoals futures en forwards worden verhandeld. Dat er geen 100% risicoloze rente bestaat is niet relevant, als er maar geen arbitrage mogelijk is waarmee een generatie persistent bevoordeeld wordt.

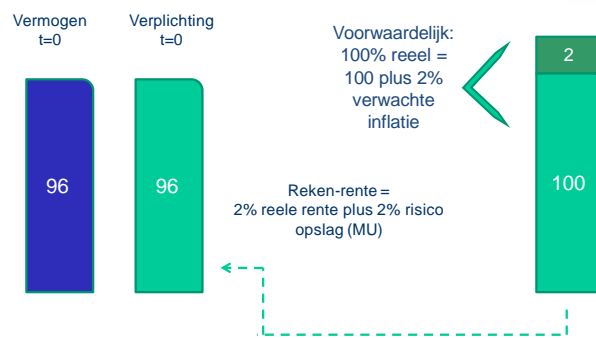
Dit impliceert dat de verplichtingen tegen risicodelende rente deze marktconformiteit garanderen. Een opslag van verwachtingswaarde realiseert overdracht tussen generaties. Dit geldt niet alleen voor het overgangsprobleem van het huidige pensioencontract naar een nieuw pensioencontract, maar ook voor nieuwe opbouw in een risicodelend contract. De essentie: een risicodelend contract is een contract met individueel sparende mensen die onderling opties (en futures) aan elkaar schrijven. Die opties dienen op arbitragevrije rente gebaseerd te worden. Voor velen is dit een paradox. In feite is het ook een tegenstelling, maar belangrijk is dat de waardering bedoeld is om tussen generaties af te rekenen, niet om te bepalen wat de onzekere projecties van individuen waard zijn (dat kan op UPO's op alternatieve wijze worden ingevuld met verwacht rendement). Deze doelstelling van de waardering, eerlijke verdeling van waarde in een risicodelend systeem, is cruciaal in het begrijpen van de paradox.

Dit artikel probeert op basis van een zeer gestileerd voorbeeld uitleg te geven aan deze paradox. De case, die de basis voor de analyse vormt, is zeer eenvoudig om de essentie van uitsmeren en de relatie met intergenerationele opties te kunnen doorzien.

Een gestileerd pensioenfonds heeft 1 gepensioneerde met 1 restant onzekere cash flow van EUR 100 plus indexatie. Plus een groep actieven die hun pensioeninkomen later krijgt. Die actieven komen even bewust niet in beeld. De vraag is of de gepensioneerde door keuze van een methodiek eerlijk uit is. De dekkingsgraad bij aanvang is precies 100, dus het vermogen gelijk aan de marktwaarde van de verplichtingen.

De indexatie (inflatie) IND is voor de eenvoud even niet stochastisch (voor een jaar vooruit niet zo'n harde aanname en het verhaal verandert er niet door) gelijk aan de verwachte risicopremie op de beleggingen (MU). De individuele aanspraken worden verdisconteerd met een risicovolle disconteringsvoet van reële rente (2%) plus risicopremie (2%), dus 4%. Indien het achteraf gerealiseerde rendement EPS afwijkt van de rente R plus indexatie IND , vindt er een correctie plaats.

Immers, de verplichtingen zijn in 1 periode toegenomen met de disconteringsfactor $(1+R+MU)$ en het vermogen is toegenomen met $(1+R+EPS)$. Er is nu $EPS-MU$ aan overschot (of tekort als $EPS < MU$). Indien dit overschot/tekort direct wordt gecompenseerd in pensioeninkomen, betekent dit dat het pensioeninkomen een variabele annuïteit is die iedere individuele deelnemer over zijn pensioenperiode uitbetaalt op basis van de gerealiseerde rendementen (en direct corrigeert ten opzichte van de projectie). De projectie kan dan eerlijk zijn geweest en daarmee de discontering marktconform, maar maakt in essentie niets uit, want ex post wordt alles bij de deelnemer individueel neergelegd. De keuze van de disconteringsvoet is economisch niet relevant indien op deze wijze een stelsel wordt opgebouwd.



Figuur 1a: de situatie op t=0: marktwaarde van een onzekere geïndexeerde cashflow over 1 jaar tegen verwachte disconteringscurve van 6%. Dekkingsgraad = 100% op t=0.



Figuur 1b: de situatie op t=1: uitkering gelijk aan vermogensgroei (geen uitsmeerperiode >1).

De situatie verandert compleet in een risicodelend pensioenstelsel, waarbij in geval van een afwijking $EPS - MU < 0$ dit verschil wordt uitgesmeerd over de tijd, zeg T jaar. Dan krijgt de gepensioneerde het eerste jaar in het huidige voorbeeld met de inflatie gelijk aan MU een standaard indexatie MU plus $1/T^e$ deel van de schok. Dus: $MU + (EPS - MU)/T$. Het tweede jaar $MU + 2(EPS - MU)/T$ tot uiteindelijk pas vanaf T^e jaar de echte schok uit jaar 0 volledig bij zijn pensioeninkomen: $MU + T(EPS - MU)/T = EPS$.²

Als $T=1$, bestaat er geen uitsmeerperiode en krijgt de gepensioneerde $MU + (EPS - MU)/1$, dus gewoon EPS (het gerealiseerde rendement bovenop de nominale rente R). Dit resultaat is in termen financiële markten te interpreteren als een future op de asset mix. Een future heeft ook de nominale

² Dit is theoretisch niet exact het geval door de niet-eerlijke (niet arbitragevrije) verdeling, waardoor de te hoge uitbetaling de dekkingsgraad negatief beïnvloedt. Daarmee wordt de overdracht minder hoog naarmate T hoger wordt.

rente als “forward koers” en daarboven kun je hoger of lager zitten. De markt heeft daar geen mening over. Dit is immers volledig weg te arbitreren. Alleen de rente zit in de future. De marktwaarde van EPS is de marktwaarde van de future op $t=0$, oftewel 0.

Maar neem nu $T=2$, dus een uitsmeerperiode van 2 jaar.

Als $T=2$ krijgt de gepensioneerde in jaar 1 uitgekeerd $MU + (EPS - MU)/2$. Oftewel $0.5 MU + 0.5 EPS$.



Figuur 2: de situatie op $t=1$: uitkering jaar 1 met rendementsschok uitgesmeerd over 2 jaar.

Dit lijkt eerlijk: EPS kan boven of onder MU liggen, dus als MU redelijk is ingeschat, lijkt dit op een symmetrische situatie van uitbetaling. Maar dat is het niet. De essentie zit hem erin dat een future symmetrisch uitbetaalt rondom de risicoloze rente. De waarde vooraf van $\frac{1}{2}EPS$ is dus 0. Oftewel, de toezegging van de gepensioneerde op $t=1$ is zonder uitsmeer $100 + EPS$, in waarde 100. De waarde met uitsmeer is $101 + 0.5 EPS$, in waarde 101. Dit is dus ook de basis voor de marktwaarde van de intergenerationale risicodeling.

Arbitrage expliciet gemaakt

Een verdere uitwerking kan dit illustreren. Een bedrag van $100/(1+R)$ op $t=0$ levert $100 + EPS$ op $t=1$ in een future contract op (gelijk aan contract met uitsmeer $T=1$ oftewel direct verrekenen).

Met 2 jaar uitsmeer resteert in jaar 1 in een pensioencontract echter $100 + 0.5 MU + 0.5 EPS$. Dit is echter ten opzichte van het contract zonder uitsmeer (resultaat $t=1$: $100 + EPS$) gelijk aan $0.5MU$ extra ontvangen en een halve future short erbij. Desgewenst koopt de gepensioneerde er tegen waarde 0 een halve future bij. Er resulteert dan voor de gepensioneerde:

$$100 + 0.5 MU + 0.5 EPS + 0.5 EPS \text{ (de halve future; aankoopwaarde 0)} = 100 + 0.5 MU + EPS$$

Vergelijk dit met zijn uitbetaling zonder uitsmeer: $100 + EPS$.

Er resteert een winst van 0.5 MU onder alle scenario's ten opzichte van niet-uitsmeren. Dat is precies de arbitragevrije waarde van deze tweejarige uitsmeermethode. Deze 0.5 MU krijgt de gepensioneerde cadeau en de actieve levert deze waarde in vanuit zijn verplichtingen.³

Getallenvoorbeeld:

Nominale rente $R = 4\%$.

(Inflatie =) risicopremie $MU = 2\%$.

Reële rente dus 2% ; reële rekenrente onder verwachtingswaarde dus 4% .

Iemand krijgt over 1 jaar $100 + 2\%$ (inflatie) voorwaardelijk. Bij rendement lager dan 6% wordt naar beneden gecorrigeerd, rendement boven 6% wordt naar boven gecorrigeerd met de uitsmeerperiode.

Uitsmeerperiode 2 jaar.

Discontering naar nu met risicopremie: $(100 + 2)/(1+0.04+0.02)=96$.

Scenario gerealiseerd rendement:	Uitbetaling na 1 jaar				
	A: Geen uitsmeer	B: Uitsmeer	C: Future	D: Uitsmeer plus halve future (B+0.5C)	E: Arbitrage tov "geen uitsmeer" (D-A)
8%	104	103	4	105	1
6%	102	102	2	103	1
4%	100	101	0	101	1
2%	98	100	-2	99	1
0%	96	99	-4	97	1

Tabel 2: voorbeeld van arbitrage mogelijkheid in geval van verwachtingswaarde als rekenrente.

Kolom E maakt de arbitrage zichtbaar ten opzicht van geen uitsmeer. De uitsmeer levert niet alleen ex ante waardewinst op voor de gepensioneerde, maar door er een halve future aan toe te voegen

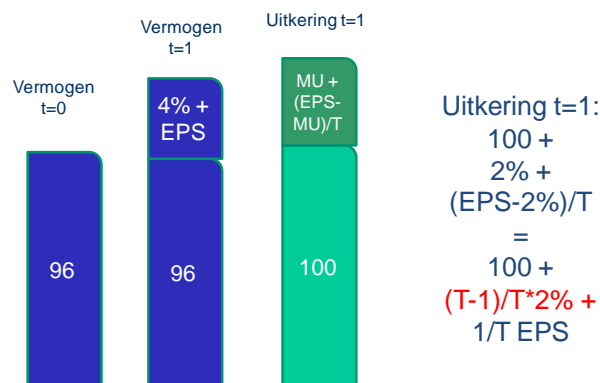
³ De bovenstaande "arbitrage hedge" (0.5 future) is theoretisch alleen juist onder de aanname dat de gepensioneerde nog 1 jaar leeft. Als hij twee jaar of langer leeft, zal hij de schok EPS de jaren erna geheel bij zijn inkomen krijgen in geval van een tweejarige uitsmeerperiode en moet de hedge (0.5 future) iets omlaag. Maar die hedge is verder alleen bedoeld om de arbitrage zichtbaar te maken ten opzichte van geen uitsmeer. Essentie daarbij is dat de waarde van $0.5 MU + 0.5 EPS$ gelijk is aan $0.5 MU$, terwijl de waarde van EPS gelijk is aan 0 . De verwachtingen zijn beiden gelijk aan MU , maar niet de waarde.

levert het ook ex post in alle scenario's exact 1 winst op. De verwachting van kolom B en E is dus in waardetermen gelijk, alleen door de halve future (waarde 0 op t=0) wordt het verschil met de situatie zonder risicodeling zichtbaar.

Deze winst is dus een structurele te hoge uitbetaling die en daarmee een onttrekking aan de waardeopbouw van de actieve deelnemer, die nog geen pensioeninkomen geniet.

Langere uitsmeerperiode

Hoe langer de uitsmeerperiode, des te groter is de waardeoverdracht in arbitrage termen. Als de uitsmeerperiode T jaar is, wordt in jaar 1 in het bovenstaande voorbeeld betaald aan de gepensioneerde: $100 + MU + 1/T (EPS - MU) = 100 + (T-1)/T MU + 1/T EPS$,



Figuur 3: de situatie op t=1: uitkering jaar 1 met rendementsschok ten opzichte van 2% indexatie uitgesmeerd over T jaar.

Wederom kan de gepensioneerde er $(T-1)/T$ futures bijkopen en houdt hij $(T-1)/T * MU$ arbitragevrij over ten opzichte van een situatie in een individueel spaarsysteem (dus zonder uitsmeerperiode). Een langere uitsmeerperiode is dus ex ante voordelig voor de gepensioneerde en aangezien hij een volledige hedge kan aanbrengen door futures bij te kopen kan hij in alle scenario's $(T-1)/T * MU$ beter af zijn.

Bovenstaand voorbeeld is gestileerd op basis van 2 jaar uitsmeren met overlijden van de deelnemer na 1 jaar. Dit is puur bedoeld om het arbitrageprincipe duidelijk te maken. Indien de gepensioneerde niet overlijdt na 1 jaar, verandert er niets aan de essentie van het voorbeeld. Wel zal de gepensioneerde in jaar 2 minder voordeel halen, omdat het teveel betaalde langzaam de dekkingsgraad verlaagd en daarmee ieder jaar meer tekort via de T jaar uitsmeer van de hoge initiële indexatie moet worden afgetrokken. Het voordeel zal dus niet $(T-1)/T * MU$ per jaar zijn maar

geleidelijk afnemen. Maar het verschil zal altijd positief blijven ten opzichte van een situatie waarbij futures tegen marktprijs (risicoloze rente) worden afgerekend.

Aangezien de doelstelling van dit stuk is de structurele waardeoverdracht en essentie van arbitrage toe te lichten wordt de exacte uitwerking over meerdere jaren met hogere orde effecten (in deze versie) achterwege gelaten.

Arbitragevrije disconteringsvoet onder onzekere cashflow en uitsmeerperiode

De vraag die volgt uit bovenstaande voorbeeld is wat dan wel de juiste disconteringsvoet is in geval van (1) onzekere verwachte cashflow en (2) uitsmeerperiode. Dat is door de simpele opzet van het voorbeeld makkelijk te bepalen. In geval van een uitsmeerperiode van T jaar is de verwachte onzekere cashflow gelijk aan $100 + (T-1)/T \text{ MU} + 1/T \text{ EPS}$.

Hiervan is dus $100 + (T-1)/T \text{ MU}$ zeker en $1/T \text{ EPS}$ het pure aandelenrendement EPS (maar dan slechts $1/T$ deel). Dus de disconteringsvoet voor de cashflow op $t=1$ kan niet $1 + R + \text{MU}$ zijn, maar slechts $1 + R + 1/T \text{ MU}$, omdat er slechts $1/T$ deel van de onzekerheid neerslaat in de feitelijke uitbetaling.

Voor langere looptijden wordt dit langzaam anders omdat er ook meer van iedere schok EPS in periode 1 wordt geabsorbeerd. In jaar 2 resulteert dus een iets hogere disconteringsvoet (bij benadering $1 + R + 2/T * \text{MU}$) omdat van de schok EPS in periode 1 nu twee keer $1/T$ deel wordt doorgegeven.

Overgang van bestaand naar nieuw contract en feitelijke overeenkomst in disconteringsmethode

Bij de overgang lijkt het erop dat opeens een andere disconteringsvoet kan worden gehanteerd. Dit klinkt paradoxaal, want dan zou er plotseling meer geld ter beschikking zijn om te indexeren, zo lijkt het. Dat laatste is echter niet het geval. Werken in een wereld met onzekere toezegging en die onzekere toezegging ook meenemen in de discontering (de zogenaamde wereld “onder de P maat”) kan nooit andere resultaten opleveren dan werken in een wereld zonder verwachte risicopremie in de toezegging en discontering tegen de risicoloze rente. Dat is het arbitragevrij principe.

Om dit toe te lichten kan het beste verder worden gegaan met het bovenstaand voorbeeld.

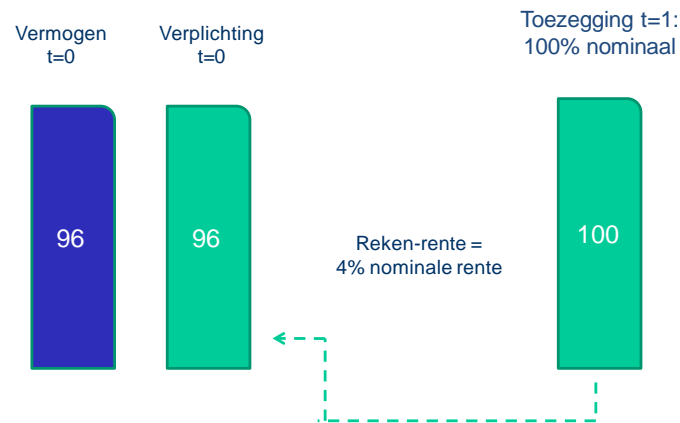
Hierbij worden twee disconteringsmethodes arbitragevrij vergeleken:

- 1) Risicovrije discontering en daarmee ook projecties zonder verwachtingswaarde.
- 2) Arbitragevrije discontering van de risicovolle projecties, waarbij arbitragevrij betekent dat het verhandelen van futures (en andere “embedded opties”) niet geschiedt en ook bij een overgang arbitragevrij wordt verrekend.

Beide aanpakken worden met een T jaars uitsmeerperiode behandeld, waarbij $T=10$ de kwantitatieve invulling zal zijn.

Aanpak 1: Risicovrije discontering

De aanpak van risicovrije discontering spreekt voor zich, aangezien deze al jaren wordt gehanteerd.



Figuur 4: de situatie op t=0: marktwaarde van een nominale cashflow over 1 jaar tegen risicovrije disconteringscurve van 4%. Dekkingsgraad = 100% op t=0.

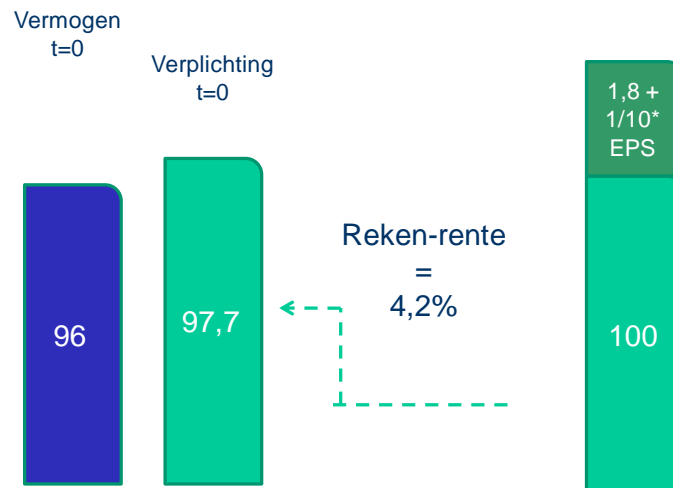
Bij deze aanpak in de risicovrije (“Q”) wereld wordt er niet met een risicopremie geprojecteerd en ook niet met een risicopremie contant gemaakt. Dit systeem van risicoloze waardering kan goed werken in een systeem waar wel risico wordt genomen. Alle overrendement boven de risicovrije rentevoet (die kunnen dus ook negatief zijn) wordt via de uitsmeermethode verdeeld. Voor de gepensioneerde die over 1 jaar 1 cashflow ontvangt betekent een uitsmeertijd van T=10 jaar bijvoorbeeld dat indien over jaar 1 het gerealiseerde rendement 6% is, dus een gerealiseerd overrendement (EPS) van 2%, hij een pensioeninkomen van 100,2 ontvangt. Bij 2% gerealiseerd rendement resteert een pensioeninkomen van 99,8, etc.

Scenario gerealiseerd rendement:	Nominale aanpak; uitsmeer 10 jaar
8%	100,4
6%	100,2
4%	100
2%	99,8
0%	99,6

Tabel 3: pensioeninkomen jaar 1 onder diverse scenario’s onder risicovrije rentevoetaanpak.

Aanpak 2: Arbitragevrije discontering van de risicovolle projecties

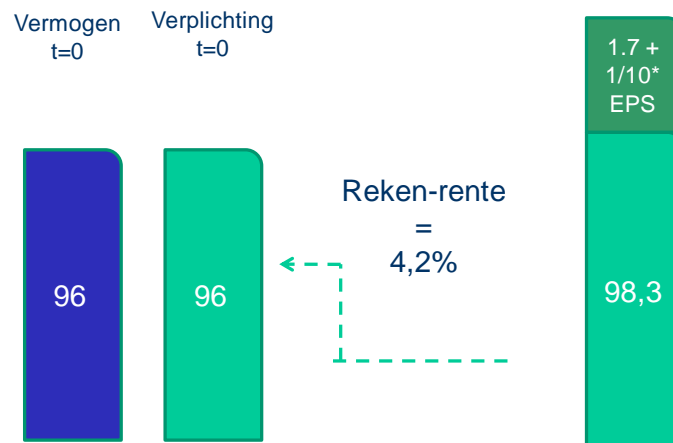
De disconteringsvoet die arbitragevrij is wordt nu gehanteerd. Bij een uitsmeerperiode van 10 jaar is de disconteringsvoet dus $1 + R + 1/10 * MU = 1,042$.



Figuur 5: de situatie op t=0: marktwaarde van een onzekere geïndexeerde cashflow over 1 jaar tegen arbitragevrije disconteringscurve van 4,2%. Dekkingsgraad = 96/97.7% op t=1.

De toezegging van 100 plus indexatie plus uitsmeer van afwijkend gerealiseerd rendement is nu in marktwaarde volgens deze methode teveel voor het opgebouwde vermogen (het VPV deel in het oude [huidige] pensioencontract). Dit tekort kan niet worden uitgesmeerd zonder arbitrage te realiseren, dus zal moeten worden gekort voordat wordt overgegaan op deze methode. De toezegging van 100 wordt dan met een factor $96/97,7$ gereduceerd tot 98,3. Daarbovenop komt dan een indexatie van (bij 10 jaar uitsmeer) $9/10^e$ van $2\% = 1.8\%$ over 98,3. Dit is 1,7. Er resulteert dus na correctie een inkomen van 100 plus $1/10$ EPS. De verwachtingswaarde is dan 100,2. En de disconteringsvoet 4,2%, dus precies 0,2% hoger dan de risicoloze rentevoet.⁴ Exact identiek als uitkering onder de risicovrije rente aanpak.

⁴ Bij de risicovrije rekeningvoorbeelden is hier voor het gemak $100/1,04$ afgerond naar 96, hetgeen niet geheel juist is (96,15). De exacte disconteringsvoet in de risicovolle aanpak is 4,208%. Daarmee is $100,2/1,04208$ ook gelijk aan 96,15.



Figuur 6: de situatie op $t=0$: marktwaarde van een onzekere geïndexeerde cashflow over 1 jaar tegen arbitragevrije disconteringscurve van 4,2%, na correctie. Dekkingsgraad = 100% op $t=1$.

Het is consistent met de finance theorie dat deze uitbetaling exact identiek is aan de uitbetaling onder de aanpak van een risicovrije rentevoet. Als er geen arbitrage is tussen generaties kunnen generaties door een andere aanpak niet meer geld ontvangen.

Scenario gerealiseerd rendement:	Nominale aanpak; uitsmeer 10 jaar
8%	100,4
6%	100,2
4%	100
2%	99,8
0%	99,6

Tabel 4: pensioeninkomen jaar 1 onder diverse scenario's onder arbitragevrije rekenrente aanpak voor onzekere cashflows.

De drie disconteringsbenaderingen samengevat

Dit document heeft beoogd duidelijk te maken dat werken met een curve op basis van risicoloze rentevoet plus verwachtingswaarde leidt tot arbitrage tussen generaties. Een niet-risicoloze rentevoet kan wel worden toegepast indien er projecties van verwachtingen worden gehanteerd, maar dan moet er gecorrigeerd worden voor de futures die generaties naar elkaar schrijven. Daarmee ontstaat een curve die wel arbitragevrij is. Deze aanpak is wiskundig uitgewerkt door Nijman en Werker (2011). Indien deze curve ook in de overgang arbitragevrij wordt gehanteerd, met een consistente correctie van de tekorten die ontstaan per individu (nieuwe curve creëert tekorten die zonder uitsmeer geabsorbeerd dienen te worden) is er geen verschil in uitkomsten

(pensioenresultaat) met de risicoloze rentevoet aanpak zonder projecties met een positieve risicopremie.

Vervolgens is aangetoond wat voor veel betrokkenen rondom de pensioenproblematiek als sterk paradoxaal wordt ervaren, maar uit de non-arbitrage theorie als redundante bewijsvoering zal worden gezien, namelijk dat de waardering van uitkeringen voor alle deelnemers exact identiek zijn onder risicoloze aanpak en de non-arbitrage risicovolle aanpak.

Tot slot wordt hieronder ter vergelijking de uitkering aan een gepensioneerde over 1 jaar zichtbaar gemaakt onder diverse scenario's en gegeven de drie behandelde disconteringscurves.

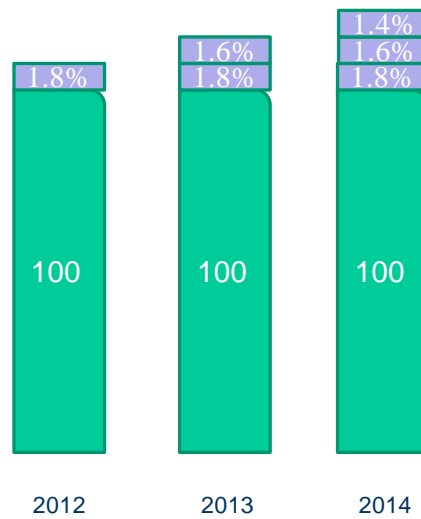
Scenario gerealiseerd rendement:	Risicoloos Van Wijnbergen/ Kocken:	Arbitrage-vrij risicovol Nijman/Bovenberg:	Star verwachtingswaarde:
8	100,4	100,4	102,2
6	100,2	100,2	102,0
4	100	100	101,8
2	99,8	99,8	101,6
0	99,6	99,6	101,4

Tabel 5: pensioeninkomen jaar 1 onder diverse scenario's onder de drie rekenrente benaderingen (10-jaars uitsmeerperiode).

Impact voor een gepensioneerde

De Star methode geeft dus in jaar 1 van de (in de voorbeeld gehanteerde 2%) verwachtingswaarde door de uitsmeermethode 90% met zekerheid weg (dus 1.8% voor het onderhavige voorbeeld; zie tabel 5). In jaar 2 zal dit 1.6% zijn (er wordt dan 20% van de schok doorgegeven), jaar 3 is dit 1.4% etcetera.

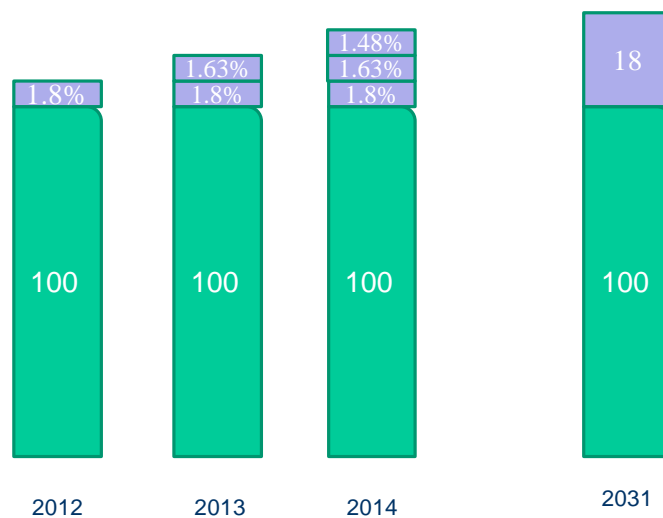
Dit resulteert in het volgende beeld voor een gepensioneerde voor wat betreft onterecht toegewezen indexatie:



Figuur 7: markt-inconsistente indexatietoelagen onder Star-aanpak met 2% risicopremie en 10 jaar uitsmeer periode.

Deze indexatietoelagen gelden onder alle economische scenario's, zoals in tabel 5 duidelijk is geworden voor een 1-periode model.

In de praktijk zal er mogelijk een praktische nuance gemaakt worden op de 10 jaar uitsmeerperiode. Ieder jaar zal 10% van het tekort van de dekkingsgraad worden afgetrokken van het dan geldende pensioeninkomen. Dit is aanzienlijk praktischer omdat dan niet alle geheugen per deelnemer per jaar in het verleden hoeft te worden bijgehouden naar de toekomst toe (voor zowel rendementsaanpassing als levensverwachting aanpassing). In dat geval zal meer exponentieel naar een tekort van 0 worden gegroeid in plaats van lineair en resulteert in jaren 1, 2, 3 en 20 vanaf 2011 de volgende indexatie voor gepensioneerden:

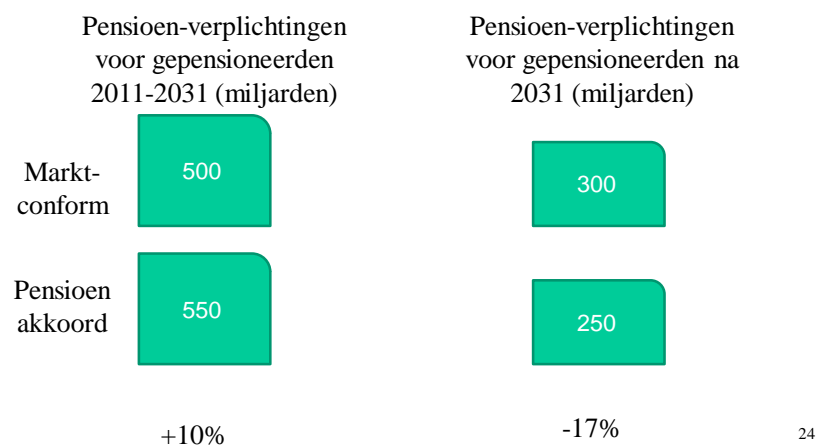


Figuur87: markt-inconsistente indexatietoelagen onder Star-aanpak met 2% risicopremie en 10 jaar uitsmeer periode middels 10% jaarlijkse correctie van het tekort.

Hoeveel een pensioenfonds exact teveel zal uitkeren hangt enigszins af van de gekozen uitsmeermethode, parameterkeuze en indexatievoet. Parameters omtrent verwachte risicopremie (over totale vermogen) boven de risicoloze rentevoet en indexatie zullen rond de 2 tot 2.5% liggen. Bij een uitsmeermethode van 10 jaar, geïmplementeerd middels 10% tekortverrekening per jaar, zal grofweg 10% teveel worden uitgekeerd over een periode van 20 jaar.

Impact op generaties: Macro analyse

Dit document beoogt met name uitleg te geven aan het concept van arbitrage vrij – en de twee rekenmethodes die daar bij passen – en de impact als dit niet wordt toegepast maar een alternatieve methode zoals de verwachtingswaarde aanpak. De globale orde grootte is dat indien deze laatste methode – met prudente parameters – wordt toegepast, er de eerste 20 jaar 10% teveel zal worden uitbetaald aan de gepensioneerden in die periode. In deze periode wordt ongeveer tweederde van alle momenteel opgebouwde verplichtingen – in termen percentage van de totale marktwaarde van de verplichtingen op dit moment – uitbetaald. Naar beneden afgerond is dit Euro 500 miljard van de Euro 800 miljard aan totale verplichtingen. De consequenties van gemiddeld 10% teveel uitbetalen (Euro 550 miljard aan gepensioneerden de komende 20 jaar) op de generaties daarna zijn weergegeven in figuur 8.



Figuur 9: Macro impact op generaties van twee disconteringsmethodes

Het is evident dat er een hefboom optreedt door de lagere opbouw bij de jongeren. Deze moeten over de (arbitrair gekozen) periode van 20 jaar te hoge betalingen aan gepensioneerden (gemiddeld

10% te hoog) bijna het dubbele per persoon (17%) inleveren. Voor individuele pensioenfondsen kan dit effect hoger of lager uitvallen (voor rijpe respectievelijk jonge pensioenfondsen). Duidelijk is dat de orde grootte zowel relatief als absoluut een dusdanige omvang aanneemt dat dit fenomeen van niet markt-conforme waardering, zelfs bij prudente veronderstellingen, wettelijk dient te worden uitgesloten.